UDK 621.7 YU ISSN 0352-1095
ZBORNIK RADOVA INSTITUTA ZA PROIZVODNO MAŠINSTVO
Godina 6 Novi Sad, 1989. god. Broj 5,6

https://doi.org/10.24867/JPE-1989-06-205

ORIGINALNI NAUČNI RAD

I.Glavardanov*

PARAMETRI KOJI KARAKTERIŠU NAPONSKO DEFORMACIONO STANJE ISPRED VRHA PRSLINE, ZA SLUČAJ POTPUNE PLASTIČNOSTI PRESEKA

Rezime

Ovaj rad uvodi jednostavnu korekciju pri analizi polja oko vrha prsline, pomoću kvazi deformacione teorije plastičnosti, koja važi i za neproporcionalna opterećenja. Razmatranje omogućuje proširenje koncepta mehanike loma izvan normalnih granica teorije J-integrala. Jednostavna korekcija napona vrha prsline zasnovana je na kvazi deformacionoj teoriji. Ova korekcija pokazuje da stepen troosnosti napona na vrhu prsline utiče na vezu izmedju J-integrala i pomeranja otvora vrha prsline. Predpostavljeno polje napona oko vrha prsline dobro se slaže sa objavljenim rezultatima na bazi konačnih elemenata.

CRACK TIP PARAMETERS FOR LARGE SCALE YIELDING

Summary

This paper introduces simple correction for crack tip fields using a quasi-deformation plasticity theory which takes account of nonproportional loading. The analysis is used to extend fracture mechanics concepts beyond the normal limits of J-integral theory. A simple correction for crack tip stresses is derived from the quasi- deformation assumption. This correction indicates that the degree of crack tip triaxiality is related to the relationships between the J-integral and the crack tip opening displacement (CTOD). Predictions of crack tip stress fields agree well with published finite element results.

*) *Ivan Glavardanov, dipl.ing., docent - Fakultet tehničkih nauka, Institut za proizvodno mašinstvo, 21000 Novi Sad, Vladimira Perića Valtera 2.*

UVODNA RAZMATRANJA

J-konturni integral se poslednjih 20 godina uspešno koristi kao parametar, koji karakteriše lom. Rajs [1] je postavio osnove za mogućnost proširenja linearno elastične mehanike loma (LEML), aproksimirajući elastično-plastičnu deformaciju kao nelinearno-elastičnu. Medjutim, J-integral gubi važnost u slučaju potpune plastičnosti preseka, tj. kada se plastična zona ispred vrha prsline proteže do kraja uzorka (po celom ligamentu). Sa povećanjem vrednosti J-integrala koncept nelinearno elastične deformacije se ne može prihvatiti kao zadovoljavajuće tačan, jer npr. stabilni razvoj prsline uzrokuje lokalna rasterećenja, gubi se proporcionalnost opterećenja, što uzrokuje geometrijsku zavisnost krivih otpornosti pri porastu prsline. Nadalje, pri velikim plastičnim deformacijama, koje mogu nastati kao rezultat gubitka ograničavanja tečenja materijala zbog smanjivanja troosnosti napona, čak i za slučaj stacionarne prsline, J-teorija gubi važnost. To znači da se u tom slučaju ne mogu uslovi na vrhu prsline u potpunosti okarakterisati samo sa jednim parametrom. Jednoparametarski koncept mehanike loma se tada dovodi u sumnju.

PREGLED JEDNOPARAMETARSKOG KONCEPTA

Usvajajući koncept nelinearno elastične teorije plastičnog tečenja, za materijale koji ojačavaju deformacijom, Hačinson, Rajs i Rozengrin [2], [3] izveli su jednačine za polje napona i deformacije u blizini vrha prsline u kojima figuriše J-integral. Ovo opisivanje stanja na vrhu prsline je poznato kao HRR singularitet i dat je izrazima

$$\sigma_{ij} = \sigma_o \left(\frac{E\,J}{\alpha\,\sigma_o^2\,I_n\,r}\right)^{1/(n+1)} \bar{\sigma}_{ij}(n,\theta) \qquad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\alpha\sigma_o}{E} \left(\frac{E\,J}{\alpha\,\sigma_o^2\,I_n\,r}\right)^{n/(n+1)} \bar{\varepsilon}_{ij}(n,\theta) \qquad (2)$$

gde su σ_{ij} i ε_{ij} tenzori napona i plastične deformacije). je Jungov modul, r je radijalno rastojanje od vrha prsline, I_n je bezdimenziona konstanta, koja zavisi od deformacionog ojačavanja, i $\bar{\sigma}_{ij}$ i $\bar{\varepsilon}_{ij}$ su takodje bezdimenzione konstante, koje zavise od deformacijskog ojačavanja i ugla (θ) izmedju posmatrane tačke i ravni prsline. Ostale veličine su definisane empirijskim izrazom za deformacijsko ojačavanje, koji je za jednoosnu deformaciju dat izrazom

$$\varepsilon = \alpha\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^{n-1} \frac{\sigma}{E} \tag{3}$$

Napon σ_o je referentna vrednost, obično definisana granicom tečenja $\sigma_{0,2}$ a n je eksponent deformacionog ojačavanja. Jednačina (3) se može u generisanom obliku dati kao

$$\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2}\,\alpha\,\left(\frac{\sigma_e}{\sigma_o}\right)^{n-1} \frac{S_{ij}}{E} \tag{4}$$

gde je S_{ij} devijator napona i σ_e efektivni napon definisan izrazom

$$\sigma_e^2 = \frac{3}{2}\, S_{ij}\, S_{ij} \tag{5}$$

Definicija kvadratne invarijante tenzora napona u teoriji plastičnosti, pokazuje da efektivni napon, σ_e, definiše veličinu površine tečenja. Za slučaj ravanske deformacije, jednačina (5) glasi

$$\sigma_e = \frac{\sqrt{3}}{2}\,(\sigma_1 - \sigma_2) \tag{6}$$

gde su σ_1 i σ_2 glavni naponi. Kako σ_e uvek mora biti pozitivna vrednost, σ_1 je najveći po vrednosti.

Vrlo značajna konstatacija koja proizilazi iz HRR singulariteta, je činjenica da su naponi i deformacije u okolini vrha prsline u potpunosti okarakterisani veličinom J. To ukazuje da za slučaj važeće analize HRR, žilavost loma materijala može da se izrazi preko kritične vrednosti J-integrala. Danas se u velikoj meri koristi J-integral, kao mera žilavosti kod duktilnih materijala. J-integral je postao značajan parametar elastično-plastične mehanike loma.

Nekoliko godina pre nego što je Rajs definisao i uveo J-integral, Vels [4] je definisao elastično-plastični parametar žilavosti poznat kao CTOD (crack tip opening displacement). Ovaj parametar definiše pomeranje vrha prsline pri njenom otvaranju. Ših [5] je koristeći HRR singularitet vrha prsline pokazao da postoji jednoznačna veza izmedju J i CTOD:

$$J = \frac{\sigma_o \delta_t}{d_n} \tag{7}$$

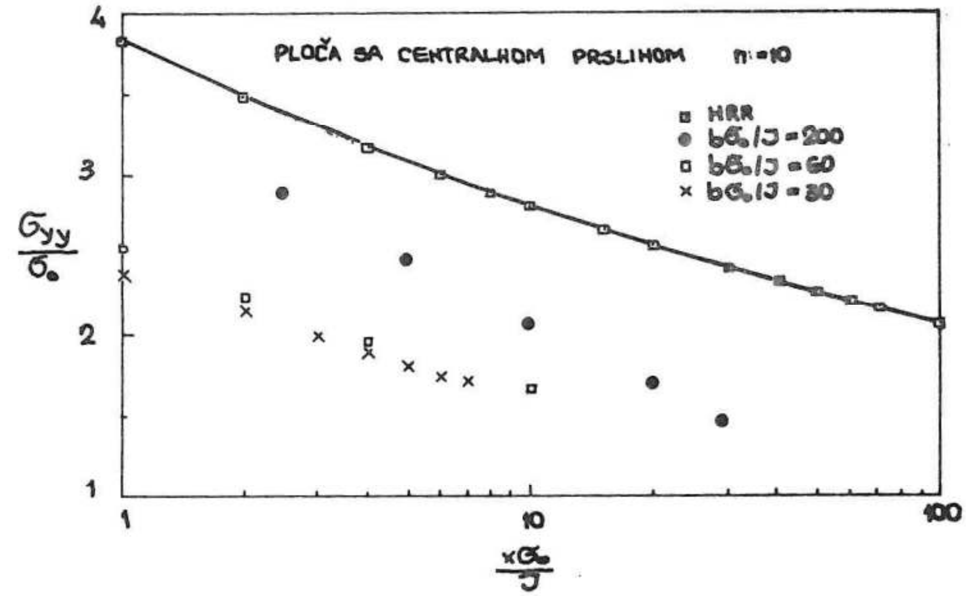
gde δ_t označava CTOD a d_n je bezdimenziona konstanta koja zavisi samo od svojstava pri tečenju (npr. n, α, σ_o/E). Stoga, za važeće uslove HRR singulariteta na vrhu prsline, J i CTOD su jednako važeći parametri, koji karakterišu stanje okoline vrha.

Medjutim, deformaciona teorija plastičnosti koja je ekvivalentna nelinearno-elastičnoj teoriji, a na njoj teorija J integrala počiva, važi samo dotle dok za svaku tačku postoji proporcionalno opterećenje (ispunjeni uslovi o monotonosti procesa deformisanja).

Analizom pomoću konačnih elemenata [6] za slučaj potpune plastičnosti ligamenta tela sa prslinom, ukazuje se da postoji do rastojanja od 2 δ_t od vrha prsline, intenzivna zona deformacije sa izrazitim neproporcionalnim opterećenjem. Stoga u toj zoni jednačine 1 i 2 neće opisivati stvarne napone i deformacije. Medjutim, J integral i u tom slučaju može još karakterisati uslove u okolini vrha prsline, ako je ta intenzivno deformisana zona okružena zonom u kojoj važe relacije 1 i 2. Takav slučaj će postojati sve dotle dok je δ_t malo u poredjenju sa dužinom prsline i ligamentom.

POTPUNA PLASTIČNOST PRESEKA (LIGAMENTA)

U uslovima potpune plastičnosti ligamenta, opterećenje neće biti proporcionalno ni van intenzivne zone deformacije i okolina vrha prsline više nije jednoznačno okarakterisana J integralom. U tom slučaju jednoparametarski koncept mehanike loma postaje neprihvatljiv. Na slici 1 je prikazano računsko polje napona ispred vrha prsline za duboko zarezanu ploču sa centralnom prslinom (center cracked panel) CCP, koja je opterećena na zatezanje u uslovima ravne deformacije.

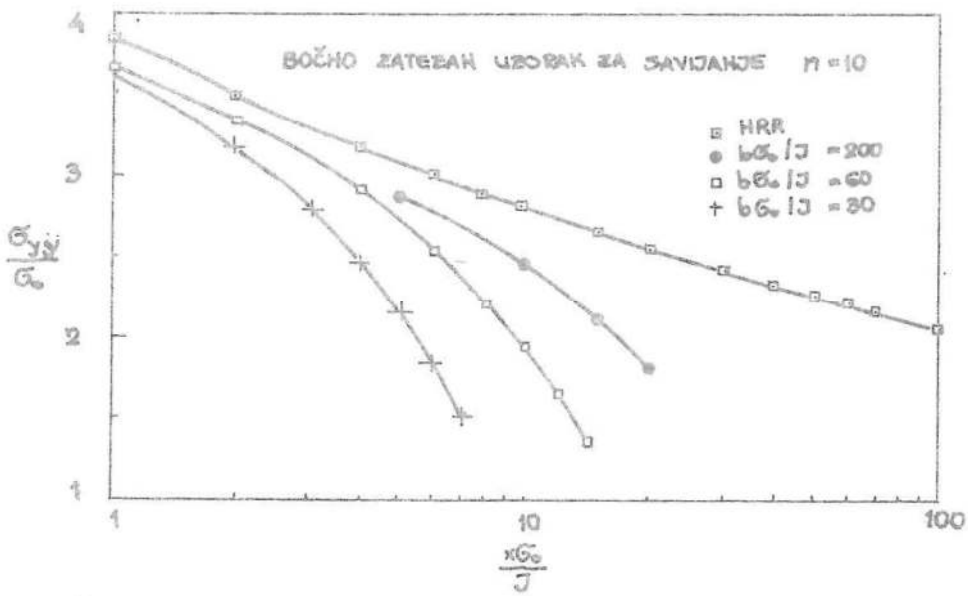


Sl. 1: Polje napona vrha prsline za centralno zarezanu ploču, za ravno stanje deformacije sa odnosom a/W = 0,75 i n = 10

Grafički prikaz rasporeda polja napona je dobijen pomoću konačnih elemenata [7]. Sa slike se vidi da napon upravan na ravan prsline (σ_{YY}) ima značajno niže vrednosti od predvidjanja HRR, sa povećanjem količnika $J/b\sigma_0$, gde je sa b označena dužina ligamenta.

Pošto je odstupanje od HRR solucije veće za centralno zarezanu ploču opterećenu na zatezanje od bočno zarezane epruvete opterećene na savijanje, to se J-teorija uspešno koristi do znatno viših vrednosti kod uzoraka opterećenih na savijanje. To se vidi sa slike 2 koja pokazuje rešenje konačnim elementima [7] za napone u bočno zarezanom uzorku opterećenom na savijanje.

Po američkom standardu ASTM za ispitivanje J_{Ic} [8] propisano je da količnik $b\sigma_0/J$ mora biti veći od 25 sa ciljem da se obezbede važeći rezultati, od uzoraka opterećenih pretežno savijanjem. U protivnom ako ovaj uslov nije ispunjen ne može se smatrati, da uslove na vrhu prsline više karakteriše J, žilavost loma tada postaje geometrijski zavisna. Isto tako ne postoji više jednoznačna relacija izmedju J i CTOD i veličina d_n iz jednačine (7) nije konstanta.



Sl. 2: Polje napona vrha prsline za bočno zarezanu epruvetu u uslovima ravne deformacije, sa odnosom a/W = 0,75 i n = 10

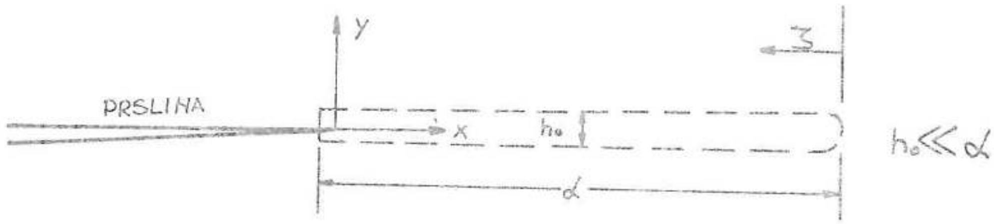
POLJE NAPONA ZA SLUČAJ POTPUNE PLASTIČNOSTI

Analiza konačnih elemenata koristi inkrementalnu teoriju plastičnosti, za šta je potrebno utrošiti dosta vremena, što nije prikladan način za analizu stanja vrha prsline za sve slučajeve konstrukcija i epruvete za ispitivanje. Stoga neka jednostavna procedura, koja bi omogućila da se koncept mehanike loma koristi u takvim slučajevima, je nesumnjivo korisna.

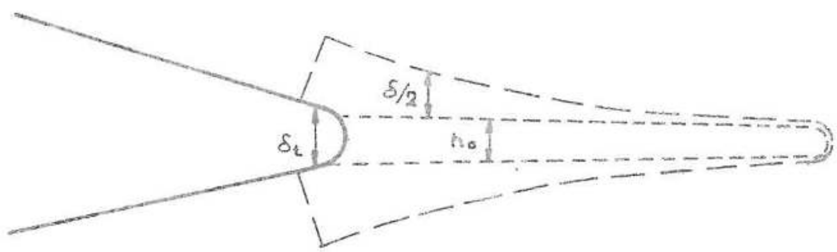
Kombinovanjem inkrementalne i deformacione teorije plastičnosti razvijena je kvazi-deformaciona teorija, koja se bazira na jednostavnoj korekciji polja napona na vrhu prsline.

J KONTURNA ANALIZA

Razmotrimo dugu, usku konturu dužine α i širine n_0 koja obuhvata vrh prsline (sl. 3a).



a) NEDEFORMISAN IZGLED



b) DEFORMISAN IZGLED

Sl. 3: Duga uska kontura koja obuhvata prslinu

Šaperi [9] je pokazao da je J integral za takvu konturu dat izrazom

$$J = \int_0^{\alpha} \sigma_{ij}\, n_j \,\frac{\partial \delta}{\partial \xi}\, d\xi \tag{8}$$

gde je n_j vektor normale za nedeformisanu konturu i σ_{ij} u ovom slučaju tenzor napona Piola (napon Piola se uzima kao trodimenzioni ekvivalent inženjerskog napona). Ostale oznake u jednačini su definisane na sl. 3. Za slučaj opterećenja na otvaranje prsline, način opterećenja I,

$$n_x = n_z = \sigma_{xy} = \sigma_{zy} = 0$$

pa se jednačina (8) svodi na

$$J = \int_0^{\alpha} \sigma_{yy} \,\frac{\partial \delta}{\partial \xi}\, d\xi \tag{9}$$

Ako δ zavisi samo od ξ i δ_t jednačina (9) je ekvivalentna sa

$$J = \int_0^{\delta_t} \sigma_{yy} \, d\delta \tag{10}$$

Ako se sada uzme tačka na rastojanju x ispred vrha prsline, može se definisati funkcija $j(x, \delta_t)$ kao

$$j(x,\delta_t) = \int_0^{\delta(x,\delta_t)} \sigma_{yy}(x,\delta_t) \, d\delta \tag{11}$$

Za fiksiranje vrednosti δ_t i δ izraz je funkcija samo od x. Stoga postoji funkcija C koja ima sledeći izgled

$$C(x,\delta_t) = \frac{J}{j(x,\delta_t)} \tag{12}$$

za malu zonu deformacije ($x < 2\delta t$)

$$d\delta = h_o d\varepsilon_{yy} \tag{13}$$

zamenom u jednačinu (11) dobija se

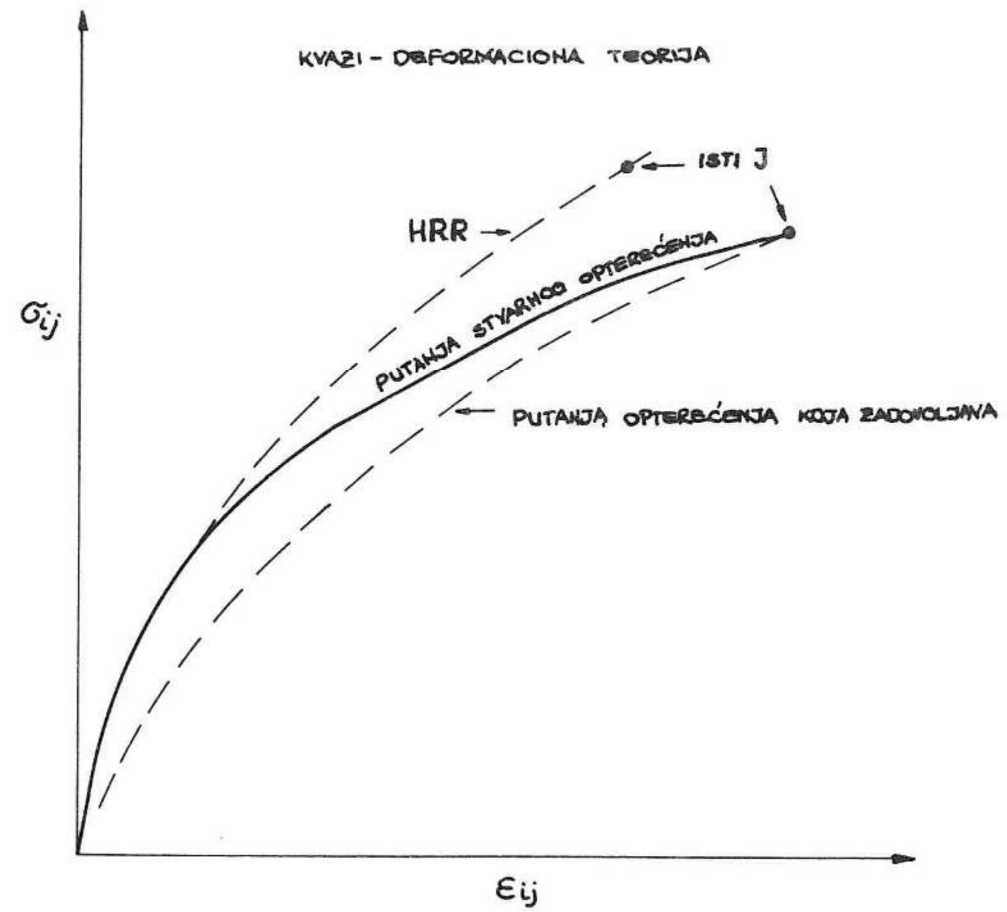
$$J = C(x,\delta_t) \, h_o \int_0^{\varepsilon_{yy}(x,\delta_t)} \sigma_{yy}(x,\delta_t) \, d\varepsilon_{yy} \tag{14}$$

KVAZI-DEFORMACIONO RAZMATRANJE

Neko približno rešenje za C za slučaj potpunog plastičnog tečenja ligamenta, može se dobiti pomoću modifikovane deformacione teorije plastičnosti. Slika 4 pokazuje porast opterećenja u tački ispred vrha prsline, šematski. Vidi se da se ponašanje pri tečenju u početku slaže sa izrazima datim jednačinom (1) i (2). Kako se plastična deformacija povećava, stvarna kriva tečenja odstupa od HRR teorije. Za datu vrednost J napon je niži nego što se teorijom predvidja, a deformacija je veća. Kvązi-deformaciona teorija u svom razmatranju predpostavlja da materijal sledi putanju stvarnog opterećenja. Da bi se to postiglo i da bi se definisale korektne vrednosti za napone i deformacije na bazi deformacione teorije, moraju se izvršiti odredjene korekcije. Za opterećenje u y pravcu, σ_0 se mora pomnožiti sa odgovarajućim parametrom:

$$\sigma_0' = \lambda_1 \sigma_0 \tag{15}$$

Odgovarajuće vrednosti λ_2 i λ_3 bi bile potrebne za analizu deformacija u ostala dva glavna pravca. Uvodjenje ove tri skalarne vrednosti omogućava korišćenje deformacione teorije plastičnosti iako su opterećenja neprporcionalna.



Sl. 4: Šematska ilustracija kvazi-deformacionog razmatranja

Naponi i deformacije upravni na ravan prsline, definisani kvazi-deformacionom teorijom, dati su izrazima:

$$\sigma_{yy} = \lambda_1\sigma_o \left(\frac{E\ J}{\alpha(\lambda_1\sigma_o)^2\ I_n\ r}\right)^{1/(n+1)} \bar{\sigma}_{yy} \qquad (16)$$

i

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\alpha\lambda_1\sigma_o}{E} \left(\frac{E\ J}{\alpha(\lambda_1\sigma_o)^2\ I_n\ r}\right)^{n/(n+1)} \bar{\varepsilon}_{yy}. \qquad (17)$$

Zamenom jednačina (16) i (17) u (14) dobija se

$$C = \frac{(n+1)\ I_n\ x}{n\ \bar{\sigma}_{yy}\bar{\varepsilon}_{yy}\ h_o} \qquad (18)$$

Treba uočiti da C ne zavisi od λ_1 i da se isto rešenje za C dobija ako se konvencionalna deformaciona teorija primeni. (Jednačine (1) i (2) uvrste u jednačinu (14)).

Potsetimo se da za slučaj J kontrolisanih uslova vezu izmedju J i CTOD daje jednačina (7). Kvazi-deformaciona teorija modifikuje ovu relaciju:

$$J = \frac{\lambda_1\sigma_o\delta_t}{\lambda_1^{\ 1/n}\ d_n} \qquad (19)$$

d_n je konstanta koju je Ših [5] izveo za HRR uslove:

$$d_n = \left(\frac{\alpha\ \sigma_o}{E}\right)^{1/n} (\bar{u}_x + \bar{u}_y)^{1/n}\ \frac{2\ \bar{u}_y}{I_n} \qquad (20)$$

gde su $\bar{u}_x$ i $\bar{u}_y$ bezdimenzione konstante. Zamenom jednačine (19) u jednačinu (17) dobija se

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\alpha\ \sigma_o}{E} \left(\frac{E\ \delta_t}{\alpha\ \sigma_o\ d_n\ I_n\ x}\right)^{n/(n+1)} \bar{\varepsilon}_{yy} \qquad (21)$$

Vidi se da zavisnost od λ_1 nestaje kada se izraz za deformaciju da u funkciji od CTOD.

Za fiksiranu vrednost x_1

$$d\varepsilon_{yy} = \frac{n}{n+1} \left(\frac{E\ \delta_t}{\alpha\ \sigma_o\ d_n\ I_n\ x}\right)^{-1/(n+1)} \frac{d\delta_t}{d_n\ I_n\ x}\ \bar{\varepsilon}_{yy} \qquad (22)$$

Zamenom jednačine (18) i (22) u jednačinu (14) dobija se

$$J = \frac{1}{\sigma_{yy}\, d_n} \int_0^{\delta_1} \sigma_{yy}(x,\lambda_1,\delta_t) \left(\frac{E\,\delta_t}{\alpha\,\sigma_o\, d_n\, I_n\, x}\right)^{-1/(n+1)} d\delta_t \quad (23)$$

Izraz za σ_{yy} je

$$\sigma_{yy} = d_n \frac{dJ}{d\delta_t} \left(\frac{E\,\delta_t}{\alpha\,\sigma_o\, d_n\, I_n\, x}\right)^{1/(n+1)} \sigma_{yy} \quad (24)$$

Za malu vrednost tečenja, $dJ/d\delta_t = \sigma_o/d_n$, pa se jednačina (24) svodi na HRR rešenje (jednačina (1)). Kada J kontrolisani uslovi ne važe, gornja jednačina pokazuje da σ_{yy} definišu dvoparametarski faktori i da će se svesti na jednoparametarski uslov mehanike loma kada postoji veza između J i CTOD data jednačinom (7).

Uporedjenjem jednačine (24) i jednačine (1) može se definisati parametar oblika J koji karakteriše napon upravan na ravan prsline:

$$J^*_{yy} = \frac{\delta_t \sigma_6}{d_n} \left(\frac{d_n}{\sigma_o} \frac{dJ}{d\delta_t}\right)^{n+1} \quad (25)$$

Kada važe HRR uslovi vrednosti u zagradi gornje jednačine su ravne jedinici pa je

$$J^*_{yy} = J.$$

LITERATURA

[1] Rice,J.R., "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks". Journal of Applied Mechanics, Vol. 35, 1968, 379-386.

[2] Rice,J.R. and Rosengren,G.F., Plane Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power-Law Hardening Material. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol.16, 1968, 1-12.

[3] Begley R.A. and Landes,J.D., "The J-Integral as a Facture Criterion". in ASTM STP 514, American Society of Testing and Materials, Philadelphia, PA, 1972, 1-23.

[4] Wells,A.A., "Unstable Crack Propagation in Metals: Cleavage and Fast Fracture". Proceedings of the Crack Propagation Symposium, Vol. 1, Paper 84, Cranfield, UK, 1961.

[5] Shin,C.F., "Relationship Between the J-Integral and the Crack Opening Displacement for Stationary and Extending Cracks". Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 29, 1981, 305-326.

[6] McMeeking,R.M. and Parks,D.M., "On Criteria for J.Dominance of Crack-Tip Fields in Large-Scale Yielding". ASTM STP 668, American Society of Testing and Materials, Philadelphia, PA, 1979, 175-194.

[7] Shih,C.F. and German,M.D., "Requirements for a One Parameter Characterization of Crack Tip Fields by the HRR Singularity". International Journal of Fracture, Vol. 17, 1981, 27-43.

[8] E 813-87, "Standard Test Method for J_{IC}, a Measure of Fracture Toughness". American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1987.

[9] Schapery,R.A., "A Theory of Mechanical Behavior of Elastic Media With Growing Damage and Other Changes in Structure". Technical Report MM 5762-88-1. Mechanicss and Materials Center, Texas A&M University, College Station, TX, March 1988.