

UOPŠTENA ANALIZA NAPONA U PROCESIMA
OBLIKOVANJA TANKOZIDNIH ELEMENATA

Mr Stevan ŽIVANOVIĆ, dipl.ing., vanr. profesor
Mašinskog fakulteta Univerziteta u Banjaluci

1. Uvod

Oblikovanje tankozidnih elemenata zauzima značajno mjesto medju procesima obrade metala deformisanjem. Po broju komada, izradjenih u nas, a i u svjetskim razmjerama, ova vrsta prerade nalazi se ispred svih ostalih tehnologija obrade deformisanjem. Međutim to nije slučaj i u pogledu težine, što proističe iz znatno male debljine ovih elemenata.

Rasprostranjenošt tehnologije oblikovanja tankozidnih elemenata deformisanjem u mašinskoj industriji je tako velika da se danas nijedna oblast ove industrije ne može zamisliti bez njene primjene. Teško je naći konstrukciju bez znatnog učešća elemenata dobijenih ovom tehnologijom, gdje kao polazni materijal služe prije svega lim i cijevi.

Ako imamo u vidu navedeno, lako je shvatiti zašto se još uviјek veliki broj stručnjaka bavi razradom teorijske i aplikativne strane ove vrste tehnologije. Kao i obično, u teorijskim

analizama nastoji se dati razjašnjenje suštine procesa, odrediti njegove zakonitosti i pružiti smjernice za efikasniju primjenu. I ovdje uspjeh praktičnog poduhvata zavisi od razradjenosti teorijskih osnova na kojima taj poduhvat bazira. Stoga u visokorazvijenim zemljama izlaze stručni časopisi posvećeni isključivo ovoj mašinskoj oblasti, u kojima se, između ostalog, pružaju stručnoj javnosti rezultati teorijske razrede po jedinim problemima.

Ovaj rad sačinjava teorijsku analizu koja omogućava svestranije, nego što je to bilo dosada, sagledavanje rasporeda napona u procesima preoblikovanja tankozidnih elemenata, klasifikaciju ove vrste procesa na bazi naponskog kriterija, i upoređenje preoblikovnih mogućnosti pojedinih vrsta procesa ove tehničke grupe.

Analiza se zasniva na Huberovom uslovu plastičnog tečenja i koristi oktaedarsku naponsku ravan, a s tim tim početno razmatranje napona vrši se u kosouglom koordinatnom sistemu. U daljem toku analize prelazi se na pravougli koordinatni sistem, čije su ose: napon i pokazatelj naponske sheme. Ovakva transformacija sistema izoštrava grafičku izraženost traženih funkcija i pruža jasnu sliku razmatranog problema.

Najzad, izvršena je transformacija razmatranog rasporeda napona na sistem naponskih svežnjeva i na taj način je omogućeno komparativno sagledavanje deformabilnih mogućnosti pojedinih vrsta procesa oblikovanja deformisanjem tankozidnih elemenata.

2. Naponsko stanje elementa

U procesima preoblikovanja tankih elemenata napon koji djeluje duž normale na površinu elementa mijenja se od nule na slobodnoj površini do izvjesne negativne vrijednosti, koja je jednaka pritisku alata na površinama elementa koje prihvataju taj pritisak. S obzirom na neznatnu debљinu oblikovanog elementa u poređenju sa poluprečnicima krivine, pritisak koji imaju alat, a s tim i napon G_z , duž normale na površinu elementa uvjek je zanemarljivo mali u poređenju sa granicom plastičnog tečenja materijala, tako da može biti zanemaren bez većeg

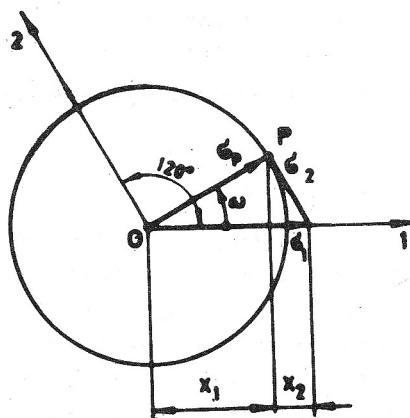
uticaja na tačnost dobijenih rezultata. Znači, možemo usvojiti da u tankozidnim elementima postoji dvoosno naponsko stanje, određeno pomoću dva glavna napona σ_1 i σ_2 , koji djeluju u ravni tangencijalnoj na površinu elementa.

U slučaju rotacionih elemenata, koje ćemo i razmatrati na početku, ovi naponi su usmjereni duž meridijana i uporednika koji prolaze kroz razmatranu tačku elementa. Pravac uporednika (obimni pravac) obeležimo sa brojem 1, a meridijanski sa brojem 2.

S obzirom da plastično tečenje materijala elementa treba da bude izazvano naponskim stanjem određenim komponentama σ_1 i σ_2 , to ove komponente moraju ispunjavati uslov plastičnosti, koji za dvoosno naponsko stanje ima oblik

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} \quad (1)$$

U dvoosnom košcuglom koordinatnom sistemu, tačke koje odgovaraju naponskom stanju ekvivalentnom uslovu plastičnosti nalaze se na krugu čiji je poluprečnik jednak granici plastičnosti σ_p .



Sl. 1. Krajni uslov plastičnog tečenja u oktaedarskoj ravni

Za određivanje položaja tačke P, koja se nalazi na krugu plastičnosti koristimo polarni koordinatni sistem $\omega - G_p$, umjesto kosouglih koordinata G_1 i G_2 . Tako da za stanja koja ispunjavaju uslov plastičnog tečenja po Huberu postoji slijedeća zavisnost između kosouglih i polarnih koordinata

$$G_1 = G_p \left(\cos \omega + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \omega \right) \quad (2)$$

$$G_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} G_p \sin \omega \quad (3)$$

što proizilazi iz analize sheme pokazane na sl.1.

U jednačinama (2) i (3) pojavljuje se kao promjenljiva veličina pokazatelj naponske sheme ω . Određivanje intervala u kome se kreće ω za dotični proces plastičnog preoblikovanja tankozidnih elemenata je prilično složen posao, s obzirom da treba razmatrati izvjestan broj tačaka tog elementa, povezujući koordinate tih tačaka sa pokazateljem naponske sheme ω . Identifikacija ovog pokazatelja za pojedine tačke elementa omogućava da kroz obrazce (2) i (3) odredimo i glavne napone u tim tačkama, a samim tim rješimo problem rasporeda napona u razmatranom tankozidnom elementu.

3. Određivanje pokazatelja naponske sheme

U određivanju pokazatelja naponske sheme polazimo od jednačina ravnoteže tankozidnog elementa, koji se nalazi u procesu plastičnog preoblikovanja, i uslova plastičnog tečenja. To su slijedeće jednačine

$$\frac{d G_2}{dr} + \frac{G_2 - G_1}{r} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{G_1}{S_1} + \frac{G_2}{S_2} = \frac{P}{s} \quad (5)$$

$$G_1^2 - G_1 G_2 + G_2^2 = G_p^2 \quad (6)$$

Iz ovog sistema jednačina možemo, uvezši u obzir granične uslove, odrediti tri nepoznate kao funkcije poluprečnika r . Tražene nepoznate su: G_1 , G_2 i p . Sa p je označen pritisak koji djeluje na tankozidni plastični elemenat.

Za određivanje glavnih napona G_1 i G_2 dovoljno je rješiti sistem jednačina (4) i (6). U cilju rješavanja tog sistema jednačina, izražavamo glavne napone kao i priraštaj dG_2 u polarnom koordinatnom sistemu $\omega-G_p$, koristeći pri tome jednačine (2) i (3).

Ako u jednačini (4) glavne napone zamjenimo sa njihovim vrijednostima iz jednačina (2) i (3), dobijemo slijedeću diferencijalnu jednačinu

$$\frac{d\left(\frac{2}{\sqrt{3}} G_p \sin \omega\right)}{\frac{2}{\sqrt{3}} G_p \sin \omega - G_p \left(\cos \omega + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \omega\right)} = - \frac{dr}{r} \quad (7)$$

Nakon uprošćavanja ova jednačina ima oblik

$$\frac{\cos \omega d\omega}{\frac{1}{2} \sin \omega - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega} = \frac{dr}{r} \quad (8)$$

Ako zamjenimo ugao ω sa uglom $\frac{5}{6}\pi - (\frac{5}{6}\pi - \omega)$, jednačinu (8) možemo napisati u slijedećem obliku

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} d\omega + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \left(\frac{5}{6}\pi - \omega \right) = - \frac{dr}{r} \quad (9)$$

Rješenje ove diferencijalne jednačine za ugao ω u intervalu od $-\frac{2}{3}\pi$ do $\frac{1}{3}\pi$, tako da integralnu konstantu odredujemo iz uslova, da je za dotični poluprečnik $r = r_0$ ugao $\omega = 0$, ima konačan oblik

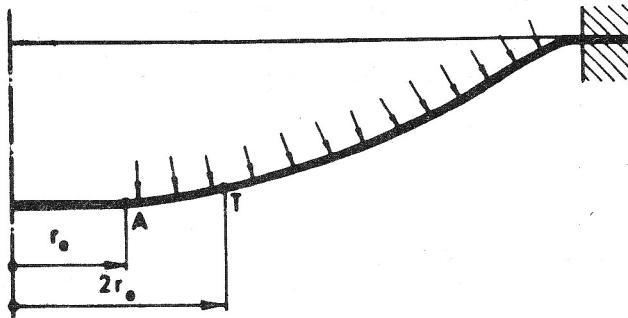
$$e^{-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega} \cdot \left(\cos \omega - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \omega \right) = \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \quad (10)$$

Funkcija (10) pokazuje kakav odnos mora postojati između poluprečnika r i ugla ω u tankozidnom elementu proizvoljnog profila, ako se taj elemenat nalazi u procesu preoblikovanja deformisanjem. Znači, ako znamo r , to jest poluprečnik, ili udaljenost proizvoljne tačke tankozidnog elementa od njegove simetrale, onda možemo preko jednačine (10) izračunati pokazatelj naponske sheme za dotičnu tačku.

Rješenje diferencijalne jednačine (9) za ugao ω u intervalu od $\frac{1}{3}\pi$ do $\frac{4}{3}\pi$, tako da integralnu konstantu odredujujemo iz graničnog uslova, da je za dotični poluprečnik $r = R_0$ ugao $\omega = \pi$, ima konačni oblik

$$\cdot \frac{-\sqrt{3}(\omega - \pi)}{\left[\cos(\omega - \pi) - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\omega - \pi) \right]} = \left(\frac{R}{r} \right)^2 \quad (11)$$

U cilju razjašnjenja obrazaca (10) i (11) razmotrimo jedan primjer u kome ćemo posmatrati osnosimetrični tankozidni element sa otvorenim u svom centralnom dijelu, kao što je to prikazano na sl. 2.



Sl. 2. Shema procesa provlačenja

Problem ćemo svesti na određivanje veličine pokazatelja naponske sheme, tj. ugla ω za tačku T, koja je udaljena od ose elementa za poluprečnik $r = 2r_0$. Analogno odredujujemo ugao ω i za druge tačke duš profila elementa prikazanog na sl. 2.

Za određivanje veličine pokazatelja naponske sheme koristimo obrazac (10) s obzirom da se u ovom slučaju radi o proce-

su provlačenja u kome se, kao što ćemo kasnije videti, pokazatelj naponske sheme mijenja od 0 do $\frac{1}{3}\pi$.

S obzirom da je $\frac{r}{r_0} = 2$ za tačku T obrazac (10) će imati oblik

$$e^{-1,731\omega} (\cos \omega - 0,5775 \sin \omega) = 0,25 \quad (12)$$

Vrijednost nepoznate ω nalazimo metodom narednih približavanja, tako da će jednačina (12) biti zadovoljena ako je $\omega = 0,514$ tj. $\omega = 29^\circ 30'$.

4. Grafički prikaz rasporeda odnosa napona

Raspored odnosa napona prema stvarnoj (promjenljivoj) granici plastičnosti ne zavisi od pojave očvršćavanja već jedino od pokazatelja naponske sheme, što se vidi i kroz obrazce (2) i (3). Ovo dokazuje da je ova analiza uopštenog karaktera, tj. ne zanemaruje pojavu očvršćavanja, već je jedino eliminiše.

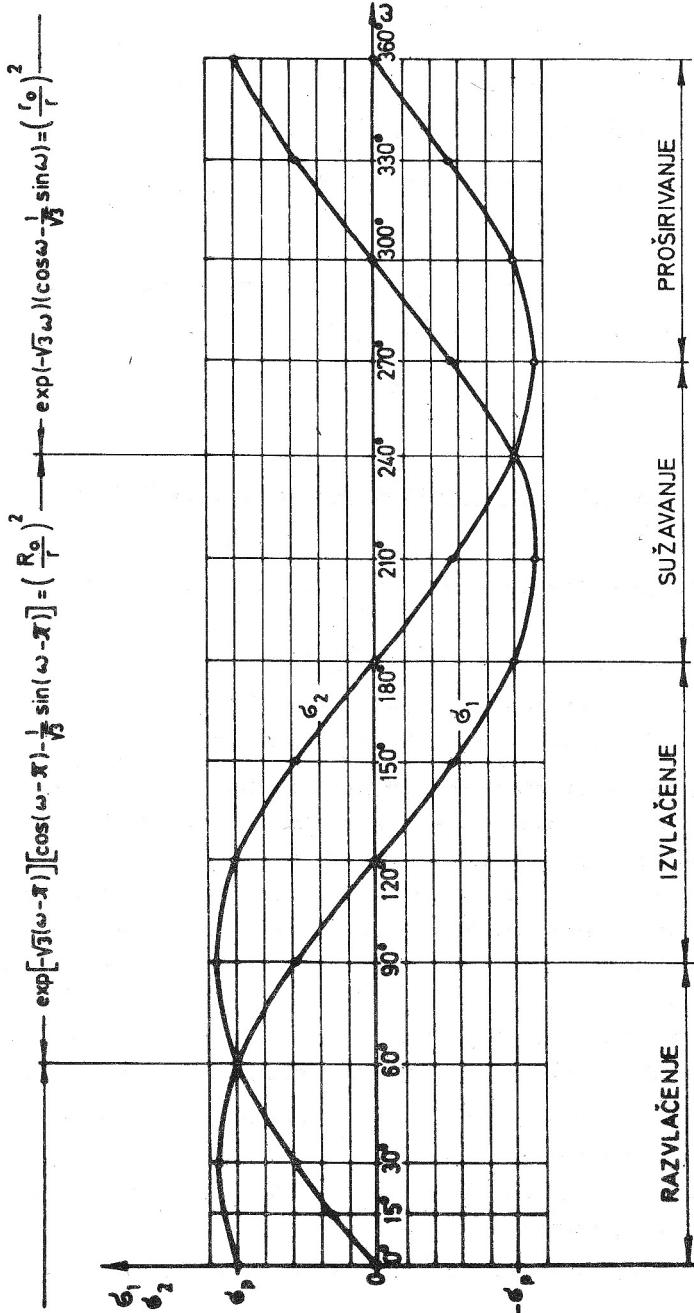
Oslanjajući se na obrazac (2) dobijamo funkciju

$$\frac{G_1}{G_p} = f(\omega)$$

a na obrazac (3) funkciju

$$\frac{G_2}{G_p} = f(\omega)$$

Na taj način je stvorena tabela 1., na osnovu koje je konstruisan grafički prikaz odnosa napona, (sl. 3.).



Sl. 3. Huberova zavisnost odnosa napona od ω

Tabela 1.

ω^0	0	5	10	15	30	60	90	120	150
G_1/G_p	1	1,0465	1,0848	1,1115	1,155	1	0,577	0	-0,577
G_2/G_p	0	0,1008	0,201	0,296	0,577	1	1,155	1	0,577

ω^0	180	210	240	270	300	330	360
G_1/G_p	-1	-1,155	-1	-0,577	0	0,577	1
G_2/G_p	0	-0,577	-1	-1,155	1	-0,577	0

5. Analiza grafičkog prikaza napona i klasifikacija procesa

Posmatrajući tok napona G_1 i G_2 na sl. 3. primjećujemo slijedeće:

1. isti oblik krivih G_1 i G_2
2. istu veličinu amplitude
3. pomjerenošt krivih u fazi sa $1/3\pi$

S obzirom da se grafički prikaz napona na sl. 3. odnosi na $0 \leq \omega \leq 2\pi$, tj. na čitavu ravan, a samim tim na sve tehnološke procese preoblikovanja tankozidnih elemenata, postoji mogućnost za uočavanje kriterija za podjelu ovih procesa na nekoliko vrsta. Ako preliminarno usvojimo da za takav kriterij može služiti karakter promjenljivosti napona, onda će to nesumnjivo biti meridijanski napon G_2 .

Ako posmatramo funkciju $G_2/G_p = f(\omega)$ učiđemo da u intervalu od 0 do 2π posjeduje četiri karakteristična područja:

1. u intervalu od 0 do $\pi/2$ ova funkcija je pozitivna i raste usporeno,
2. u intervalu od $\pi/2$ do π funkcija je pozitivna i epa da ubrzano,
3. u intervalu od π do $3/2\pi$ funkcija je negativna

i opada usporeno,

4. u intervalu od $3/2\pi$ do 2π funkcija je negativna i raste ubrzano.

Navedena karakteristična područja su ustvari četiri osnovne procesa troosnog preoblikovanja deformisanjem tankozidnih elemenata. A to su:

1. razvlačenje, 2. izvlačenje, 3. sužavanje,
4. proširivanje.

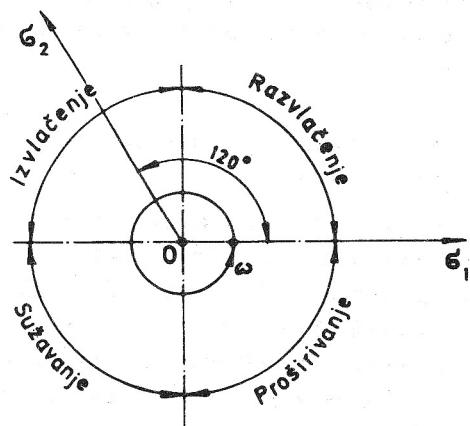
U procesu razvlačenja oba napona su pozitivna. Ovaj proces posjeduje tri područja /3/. Prvo područje nosi naziv provlačenje i ono se prostire u intervalu $0 < \omega < 1/3\pi$, a tu je $G_1 > G_2$. U ovo područje spada razvlačenje elemenata sa otvorom. Drugo područje je dvoosno ravnomjerno zatezanje elemenata u procesu plastičnog preoblikovanja i odnosi se isključivo na $\omega = 1/3\pi$, gdje je $G_1 = G_2$. Treće područje obuhvata razvlačenje elemenata sa nepokretnom unutrašnjom ivicom, a to je u intervalu $1/3\pi < \omega < \pi/2$, gdje je $G_1 < G_2$.

U procesu izvlačenja $G_1 < G_2$. Postoje dva područja. Prvo područje je u intervalu $\pi/2 < \omega < 2/3\pi$. U ovom području, kao što se to vidi na sl.3., $G_1 > 0$ i $G_2 > 0$. To je prelazno područje, koje posjeduje izvjesna svojstva procesa razvlačenja s obzirom da su oba glavna napona zatežujuća. Ali treba primjetiti da oba napona opadaju, dok u području razvlačenja jedan napon uvijek raste. Drugo područje je tako zvano čisto izvlačenje, koje se proteže u intervalu $2/3\pi < \omega < \pi$, gdje su $G_1 < 0$ i $G_2 > 0$.

U procesu sužavanja oba glavna napona su negativna. Razlikujemo tri područja. Prvo je u intervalu $\pi < \omega < 4/3\pi$ i $G_1 < G_2 < 0$. Drugo područje se odnosi na $\omega = 4/3\pi$ i tu se pojavljuje dvoosno ravnomjerno pritiskivanje. Treće područje je u intervalu $4/3\pi < \omega < 3/2\pi$ i to je područje nepokretnе unutrašnje ivice.

U procesu proširivanja oba glavna napona su u porastu. Uočavamo dva područja. U prvom je $3/2\pi < \omega < 5/3\pi$ i $G_2 < G_1 < 0$. Drugo područje se proteže u intervalu $5/3\pi < \omega < 2\pi$ i tu je $G_1 > 0$ a $G_2 < 0$.

Predložena klasifikacija može biti prikazana na kružnom dijagramu u kosouglog koordinatnom sistemu, kao što je to predviđeno na sl. 4.



Sl. 4. Prikaz klasifikacije procesa
u kosouglog koordinatnom sistemu

Značaj ovakve klasifikacije dolazi do naročitog izražaja s obzirom da veoma često razne materijalne tačke elementa posjeduju različite pokazatelje naponske sheme ω , kao i pri razmatranju složenih procesa preoblikovanja deformisanjem tankozidnih elemenata, kada se u elementu pojavljuju dvije ili više plastičnih zona.

Pri oblikovanju elemenata složenog oblika pokazatelj naponske sheme se kreće u veoma širokom intervalu, znatno većem od $\pi/2$, koliko obuhvata jedan prosti proces preoblikovanja. Često u ovim slučajevima goveri se, npr. o izvlačenju, a proces osim izvlačenja sadrži i razvlačenje, kojem su podvrgnuta čita-va područja preoblikovanog tankozidnog elementa.

Stoga i ova uopštена analiza napona posjeduje svoj specifični značaj, koji se ogleda u mogućnosti sveobuhvatnog praćenja naponskog stanja u preoblikovanom elementu, zašta je naročito podesan grafički prikaz na sl. 3.

6. Interpretacija naponskog stanja na naponskim svežnjevima

Sistem naponskih svežnjeva /2/ bazira na pravouglom koordinatnom sistemu sa osama ζ_m i ζ_H , gdje je

$$\zeta_m = \frac{\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3}{3} \quad (13)$$

$$\zeta_H = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\zeta_1 - \zeta_2)^2 + (\zeta_2 - \zeta_3)^2 + (\zeta_3 - \zeta_1)^2} \quad (14)$$

Za razmatrana dvoosna naposka stanja, gdje je $\zeta_3 = 0$, imamo

$$\zeta_m = \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{3} \quad (15)$$

$$\zeta_H = \sqrt{\zeta_1^2 - \zeta_1 \zeta_2 + \zeta_2^2} \quad (16)$$

U cilju transformacije rasčlanjenog naponskog stanja sa sl. 3. na rezultatno naposko stanje, izraženo u sistemu naponskih svežnjeva neophodno je izvesti opšti obrazac za proračunavanje ζ_H i ζ_m . U tu svrhu koristimo obrazce (15), (16), (2) i (3).

Unoseći vrijednosti za ζ_1 iz obrazca (2) i (3) u obrazac (16) nalazimo ζ_H , koji za sve procese trčesnog preoblikovanja deformisanjem tankozidnih elemenata iznosi

$$\zeta_H = \zeta_p \quad (17)$$

$$\zeta_m = \frac{\cos \omega + \sqrt{3} \sin \omega}{3} \zeta_p \quad (18)$$

Obrazac (18) dobijamo zamjenom vrijednosti ζ_1 i ζ_2 u obrazcu (15) sa njihovim vrijednostima iz obrazaca (2) i (3).

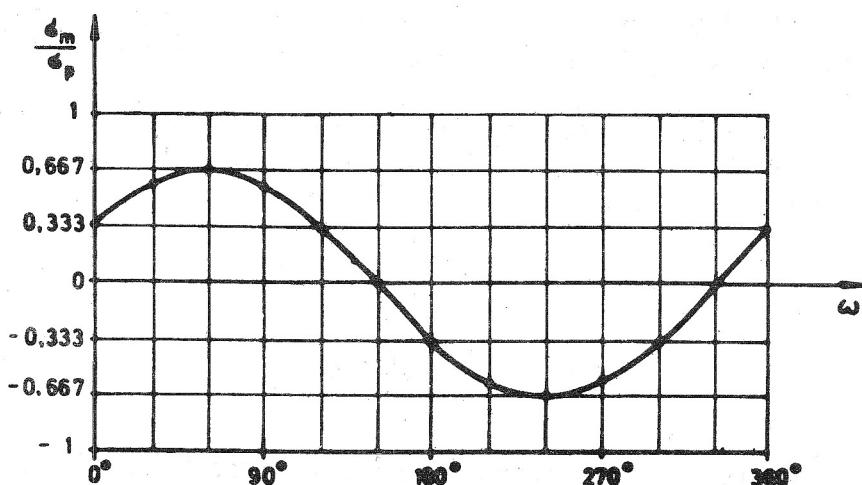
Uočavamo da G'_H ne zavisi od pokazatelja naponske sheme ω . Vrijednosti G'_H u zavisnosti od ugla ω pokazane su u tabeli 2.

Tabela 2.

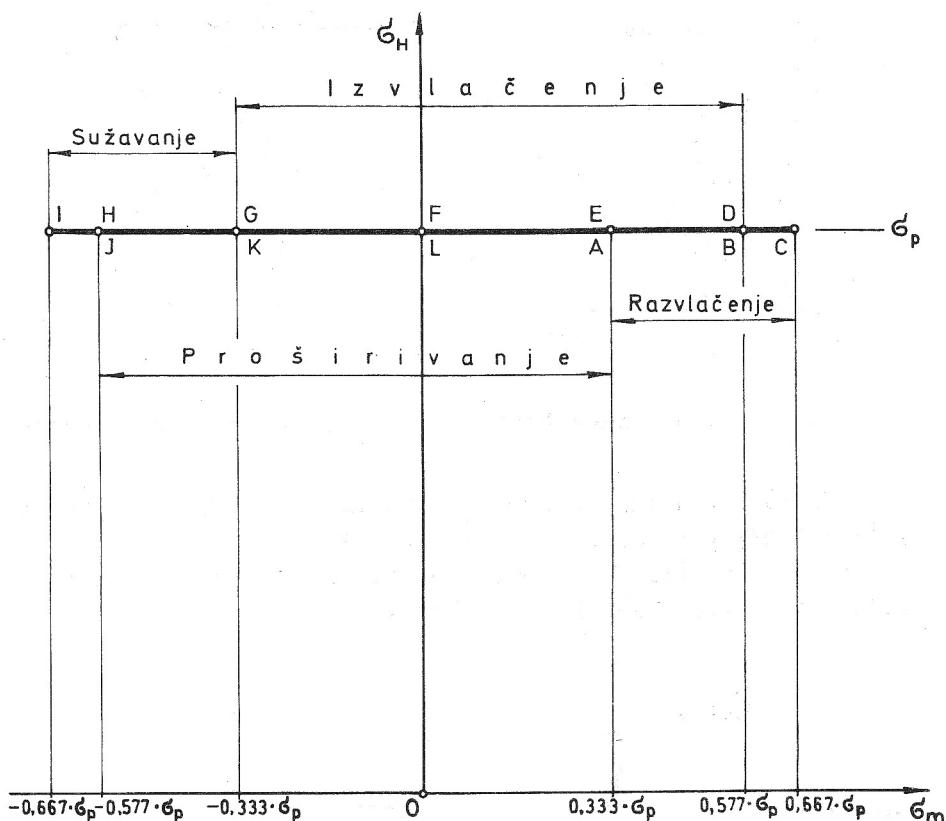
ω°	0	30	60	90	120	150	180
G'_H / G'_p	0,333	0,577	0,667	0,577	0,333	0	-0,333
Tačka na sl.6.	A	B	C	D	E	F	G

ω°	210	240	270	300	330	360
G'_H / G'_p	-0,577	-0,667	-0,577	-0,333	0	0,333
Tačka na sl.6.	H	I	J	K	L	A

Grafički prikaz $G'_H / G'_p = f(\omega)$ pokazan je na sl.5.

Sl. 5. Zavisnost G'_H / G'_p od ω

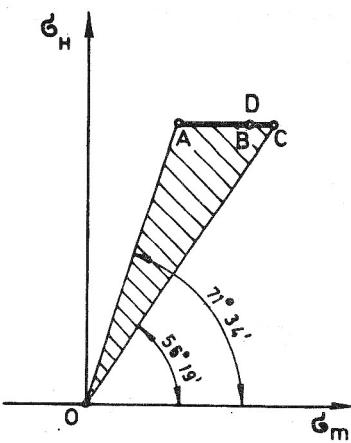
Projekcija naponskih stanja procesa oblikovanja deformisnjem tankozidnih elemenata na sistem naponskih svežnjeva prikazana je na sl.6.



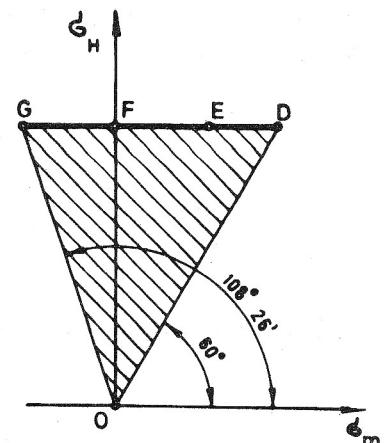
Sl. 6. Projekcija procesa na naponske svežnjeve

Analizirajući položaje pojedinih procesa na sl.6 dolazimo do interesantnih zaključaka. Osnovu za analizu predstavlja ugao α , koji zaklapa položaj dotičnog procesa sa pozitivnim smjerom ose σ_m .

Proces razvlačenja, prikazan na sl.7., određen je linijom ABCD, ili uglom $56^{\circ}19' \leq \alpha \leq 71^{\circ}34'$



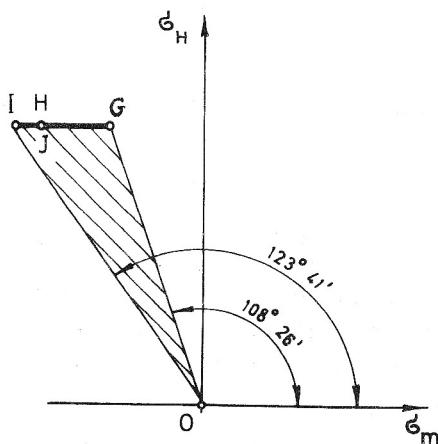
Sl. 7. Proces razvlačenja



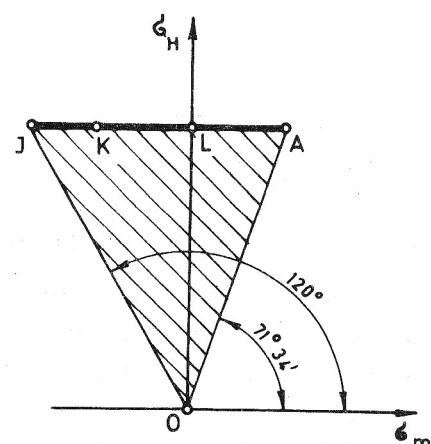
Sl. 8. Proces izvlačenja

Proces izvlačenja, koji je prikazan na sl.8., odredjen je linijom DEF_G, ili uglom $60^{\circ} \leq \alpha \leq 108^{\circ} 26'$.

Proces sužavanja, prikazan na sl.9., odredjen je linijom GH_{IJK}, ili uglom $108^{\circ} 26' \leq \alpha \leq 123^{\circ} 41'$.



Sl. 9. Proces sužavanja



Sl. 10. Proces proširivanja

Proces proširivanja, prikazan na sl.10., određen je linijom JKLA, ili uglem $71^{\circ}34' \leq \alpha \leq 120^{\circ}$.

Uporedjnjem uglova procesa prikazanih na slikama od 7. do 10. dolazi se do zaključka, da najveće uglove posjeduje proces sužavanja, zatim proširivanja, nešto manji proces izvlačenja, a najmanji proces razvlačenja. Ovaj zaključak je istovjetan sa konstatacijom, da najveće deformabilne mogućnosti među procesima troosnog oblikovanja deformisanjem tankosidnih elemenata posjeduje proces sužavanja, zatim procesi proširivanja i izvlačenja, a najmanje deformabilne mogućnosti posjeduje proces razvlačenja, i to čisto dvoosno ravnomjerno zatezanje (tačka C na sl.7.) elementa bez otvora. Ovakav značaj ugla α je jedno od osnovnih svojstava sistema napornih svežnjeva, uz napomenu da može doći do izvjesnih odstupanja uslijed položaja linijske razaranja ili položaja linijskih nekih drugih pojava koje ograničavaju mogućnosti preoblikovanja deformisanjem, a prije svega pojavu gubitka ravnoteže.

Literatura

- /1/ MARCINIĄK Z., Prace naukowe, Mechanika, Nr 9, Warszawa, 1970.
- /2/ PELCZYNSKI T., Zagadnienie wyteżenia i pekania materiałów, Warszawa, 1971.
- /3/ ŽIVANOVIĆ S., Analiza procesa razvlačenja na bazi bezmomentne teorije lijske, Banjaluka, 1976.

ŽIVANOVIĆ M.S.

UOPŠTENA ANALIZA NAPONA U PROCESIMA

OBLIKOVANJA TANKOZIDNIH ELEMENATA

R e s i m e

U radu je obradjen raspored napona u procesima trosnog preoblikovanja deformisanjem tankozidnih elemenata i data je klasifikacija ovih procesa na bazi promjenljivosti napona. Dat je metod prognoziranja napona u bilo kojoj tački elementa dok se on nalazi u stanju plastičnog tečenja. Najzad, kroz interpretaciju naponskog stanja u sistemu naponskih svežnjeva izvršeno je upoređenje deformabilnosti pojedinih vrsta procesa obrade deformisanjem tankozidnih elemenata.

ALGEMEINE ANALYSE DER SPANNUNG IN DEN

UMFORMUNGSVERFAHREN BEI DÜNNWÄNDIGEN ELEMENTEN

Z u s a m m e n f a s s u n g

In der Arbeit ist Disposition der Spannung bei Verfahren der dreiachsigem Umformung der dünnwändigen Elemente mit Deformation bearbeitet. Hier ist Klassifikation dieser Verfahren auf Grund der Spannungsveränderung gegeben. Es ist auch eine Weise gegeben, mit der man Spannung im beliebigen Punkt des Elements vorhersagen kann, während dieses im Stand der Plastizitätsflüssung ist. Zuletzt, durch die Deutung des Spannungsstandes im System des Spannungsbündel ist eine Vergleichung der Bildsamkeit einzelnen Arten der Umformungsverfahren bei dünnwändigen Elementen durchgeführt.